

Исходные данные:

$a=10$ (м); $b=3$ (м); $c=4$ (м);

$P=28$ (кН); $q=6$ (кН/м);

Расчет:

1. Определяем число лишних связей по формуле:

$$S = 3K - III \quad (1.1)$$

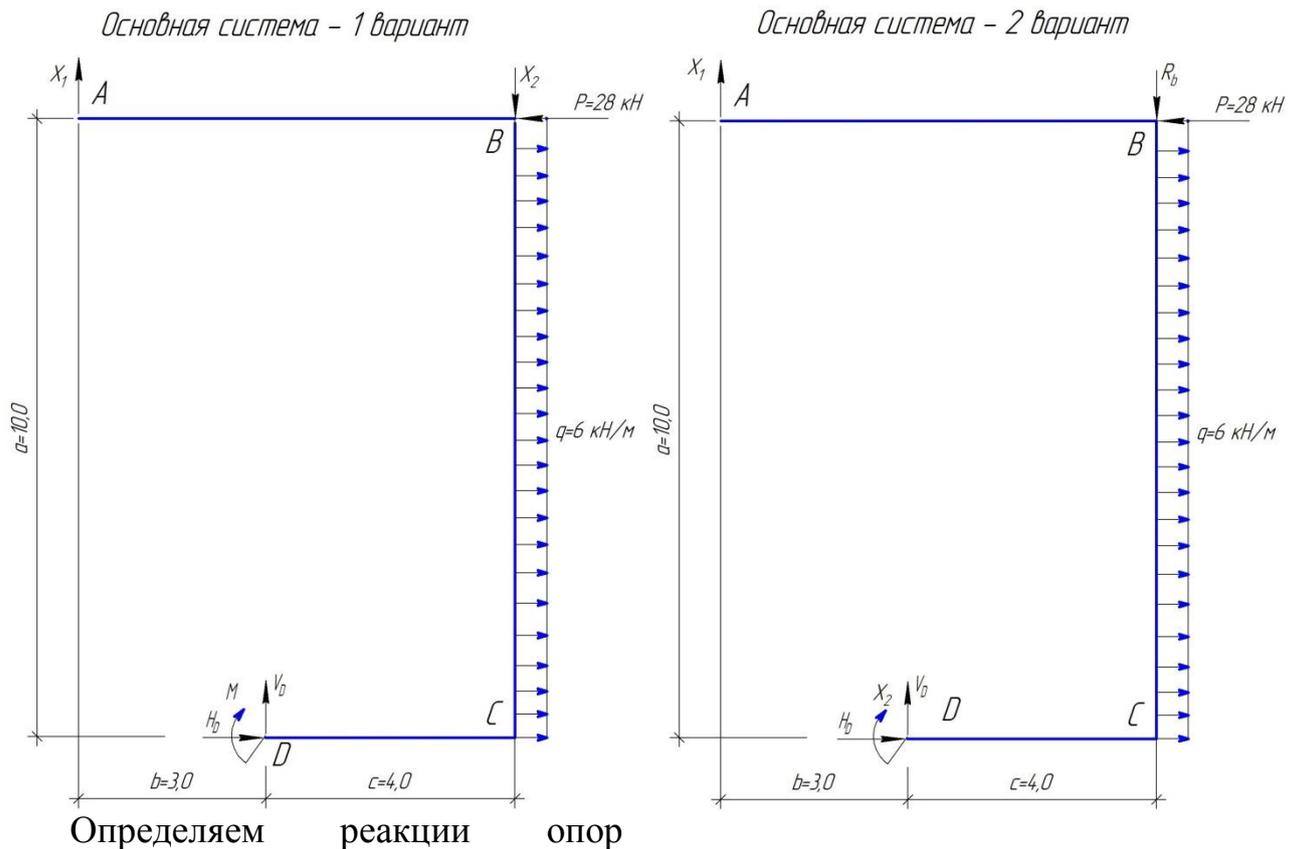
где, K – число замкнутых контуров; III – число однократных шарниров.

Отсюда, исходя из схемы рамы:

$$S = 3 \cdot 0 - 2 = -2$$

Так как $S < 0$, то структура заданной системы является статически неопределимой.

Из заданной системы образуем 2 варианта основной системы, удалив лишние связи.



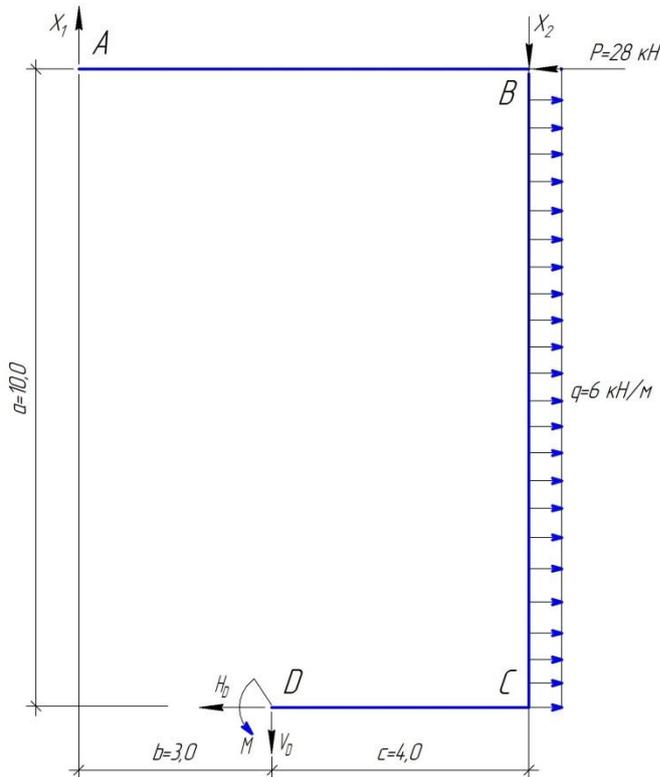
основной системы:

I вариант	II вариант
$\sum X = 0: -P + H_D + q \cdot 10 = 0 \Rightarrow$ $\Rightarrow H_D = -32$ (кН)	$\sum X = 0: -P + H_D + q \cdot 10 = 0 \Rightarrow$ $\Rightarrow H_D = -32$ (кН)
$\sum Y = 0: V_D = 0$	$\sum Y = 0: V_D - R_b = 0 \Rightarrow V_D = R_b$

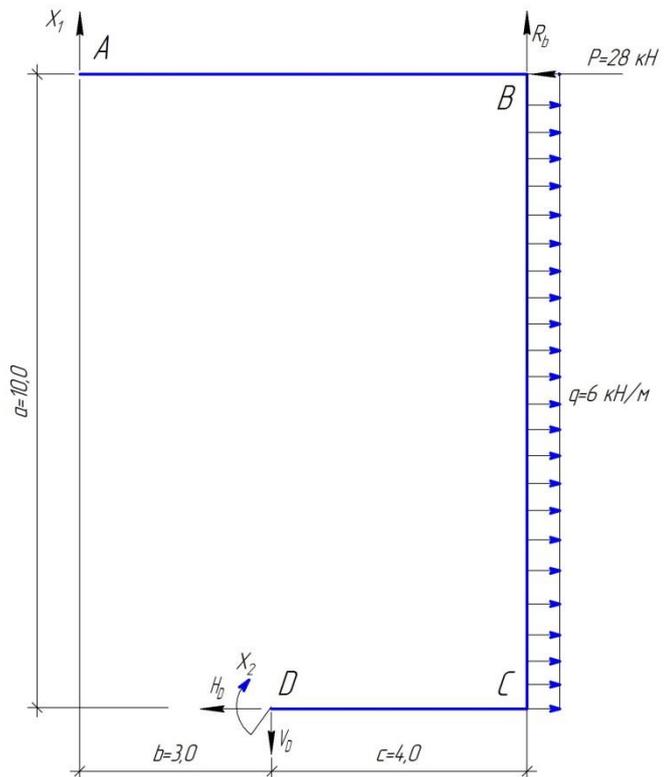
$\sum M_D = 0 : -P \cdot 10 + q \cdot 10 \cdot 5 + M = 0 \Rightarrow$ $\Rightarrow M = -20 \text{ (кН}\cdot\text{м)}$	$\sum M_D = 0 : -P \cdot 10 + q \cdot 10 \cdot 5 + R_b \cdot 4 = 0$ $R_b = \frac{-20}{4} = -5 \text{ (кН)} \quad V_D = R_b = -5 \text{ (кН)}$
Проверка: $\sum M_B = 0:$ $V_D \cdot 4 - H_D \cdot 10 - q \cdot 10 \cdot 5 + M = 0$ $0 + 320 - 300 - 20 = 0 \Rightarrow 0 = 0 \Rightarrow \text{Верно}$	Проверка: $\sum M_B = 0 : V_D \cdot 4 - H_D \cdot 10 - q \cdot 10 \cdot 5 = 0$ $-20 + 320 - 300 = 0 \Rightarrow 0 = 0 \Rightarrow \text{Верно}$

Основные схемы после определения реакций опор.

Основная система - 1 вариант



Основная система - 2 вариант



2. Составим аналитические выражения для M , Q и N для каждого участка рамы и определим их значения.

а) I вариант

Участок B-C:

$N_p = 0$ (кН) – на всем протяжении участка;

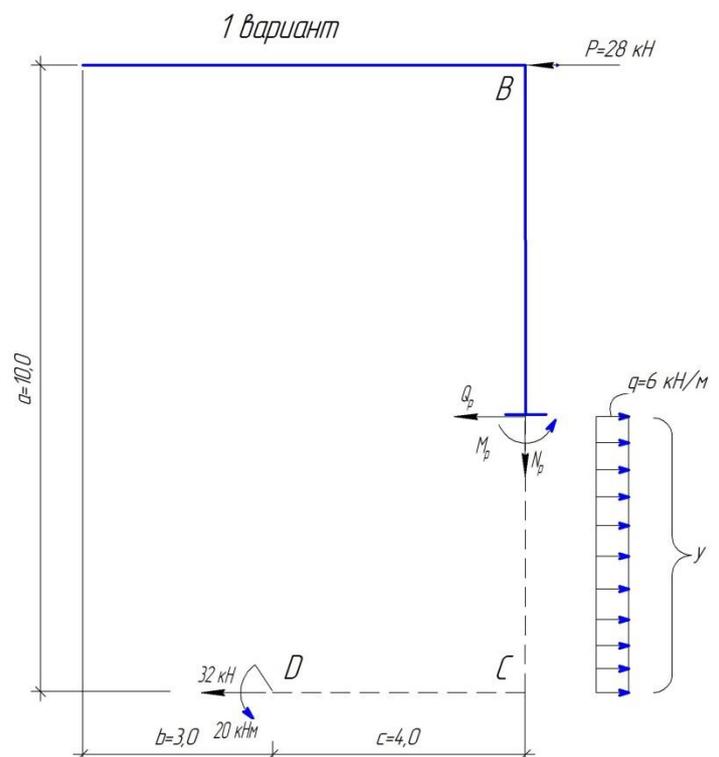
$$Q_p = 32 - 6 \cdot y$$

$$M_p = 20 - 32 \cdot y + 6 \cdot y^2 / 2$$

Отсюда:

$$Q_p(0) = 32 \text{ (кН)}$$

$$Q_p(10) = -28 \text{ (кН)}$$



Найдем точку, где $Q_p=0$:

$$32-6 \cdot y=0 \Rightarrow y=5,33 \text{ (м)}$$

$$M_p(0)=20 \text{ (кН}\cdot\text{м)}; M_p(2)=-32 \text{ (кН}\cdot\text{м)}; M_p(5,33)=-65,4 \text{ (кН}\cdot\text{м)}$$

$$M_p(8)=-44 \text{ (кН}\cdot\text{м)}; M_p(10)=0 \text{ (кН}\cdot\text{м)}$$

Найдем точку, где $M_p=0$:

$$20-32 \cdot y+6 \cdot y^2/2=0 \Rightarrow y_1=10 \text{ (м)}, y_2=0,6 \text{ (м)}$$

Определим f -стрелку параболы, исходя из формулы:

$$f = q \cdot l^2 / 8 \quad (1.2)$$

Отсюда:

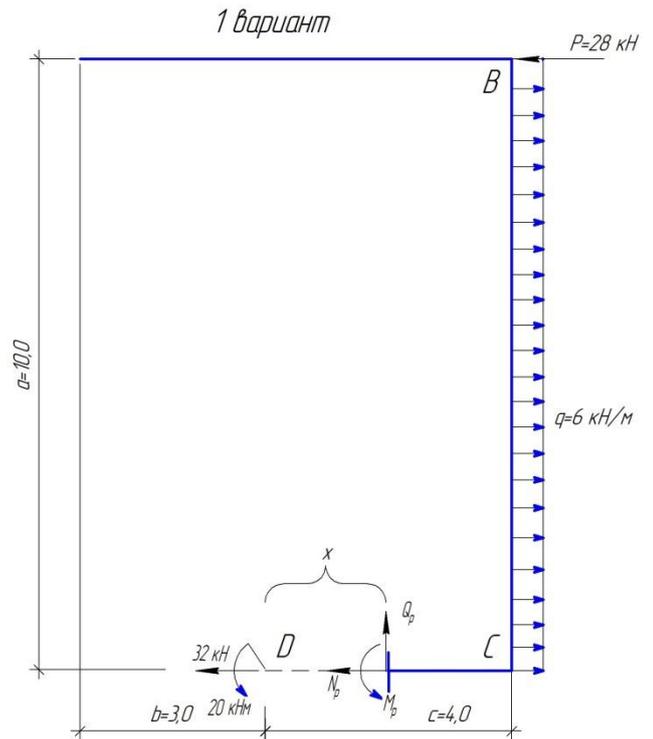
$$f = 6 \cdot 10^2 / 8 = 75 \text{ (кН}\cdot\text{м)}$$

Участок C-D:

$N_p=32$ (кН) – на всем протяжении участка;

$Q_p=0$ (кН) – на всем протяжении участка;

$M_p=20$ (кН·м) – на всем протяжении участка.



б) II вариант:

Участок B-C:

$N_p=5$ (кН) – на всем протяжении участка;

$$Q_p=32-6 \cdot y$$

$$M_p= -32 \cdot y+6 \cdot y^2/2+5 \cdot 4$$

Отсюда:

$$Q_p(0)=32 \text{ (кН)}$$

$$Q_p(10)=-28 \text{ (кН)}$$

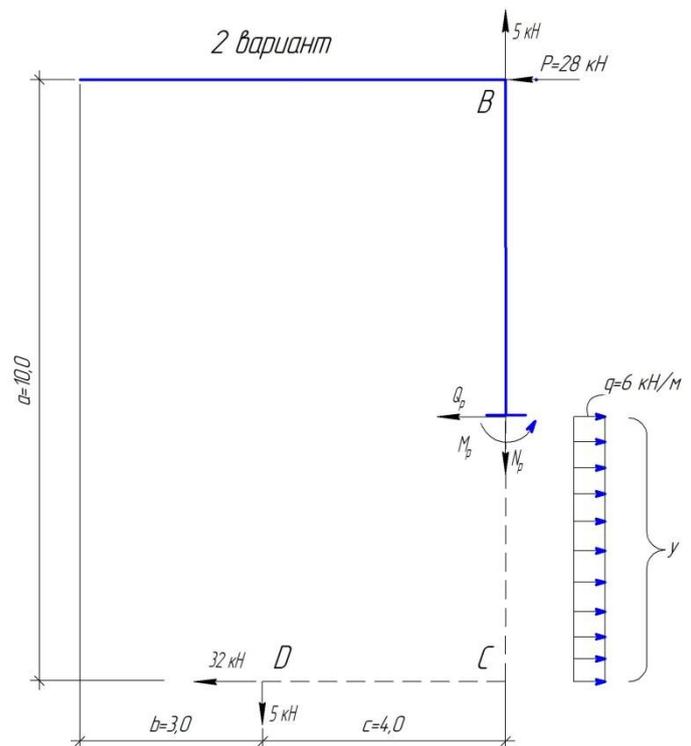
Найдем точку, где $Q_p=0$:

$$32-6 \cdot y=0 \Rightarrow y=5,33 \text{ (м)}$$

$$M_p(0)=20 \text{ (кН}\cdot\text{м)}$$

$$M_p(2)=-32 \text{ (кН}\cdot\text{м)}$$

$$M_p(5,33)=-65,4 \text{ (кН}\cdot\text{м)}$$



$$M_p(8) = -44 \text{ (кН}\cdot\text{м)}; M_p(10) = 0 \text{ (кН}\cdot\text{м)}$$

Найдем точку, где $M_p = 0$:

$$-32 \cdot y + 6 \cdot y^2 / 2 + 20 = 0 \Rightarrow y = 0,6 \text{ (м)}$$

Определим f -стрелку параболы, исходя из формулы (1.2):

$$f = 6 \cdot 10^2 / 8 = 75 \text{ (кН}\cdot\text{м)}$$

Участок С-D:

$N_p = 32$ (кН) – на всем протяжении участка;

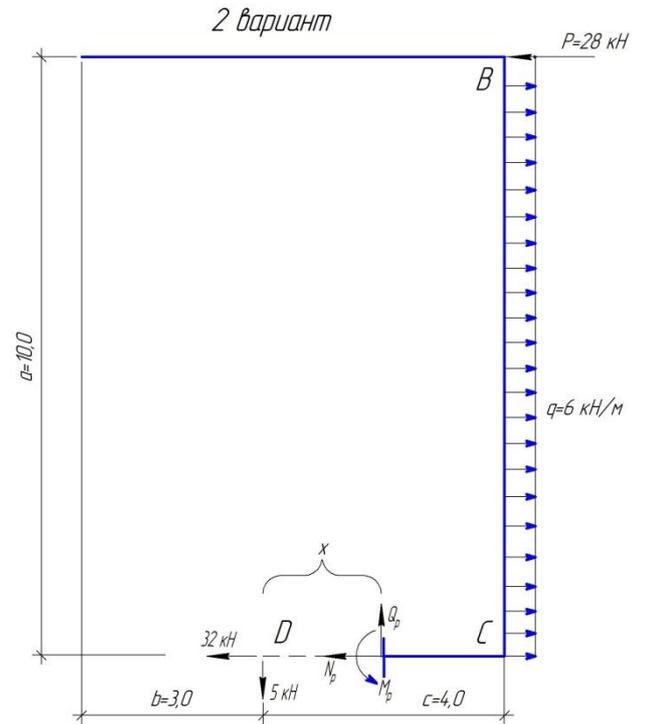
$Q_p = -5$ (кН) – на всем протяжении участка;

$$M_p = 5 \cdot x$$

Отсюда:

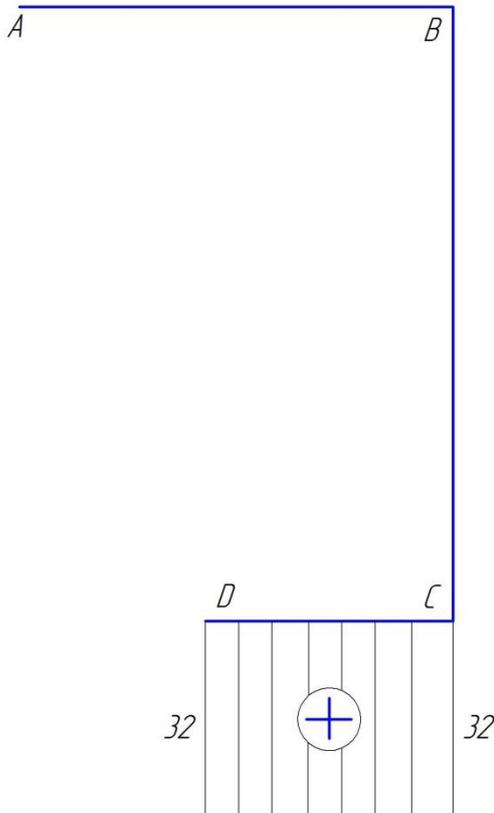
$$M_p(0) = 0 \text{ (кН}\cdot\text{м)}$$

$$M_p(4) = 20 \text{ (кН}\cdot\text{м)}$$

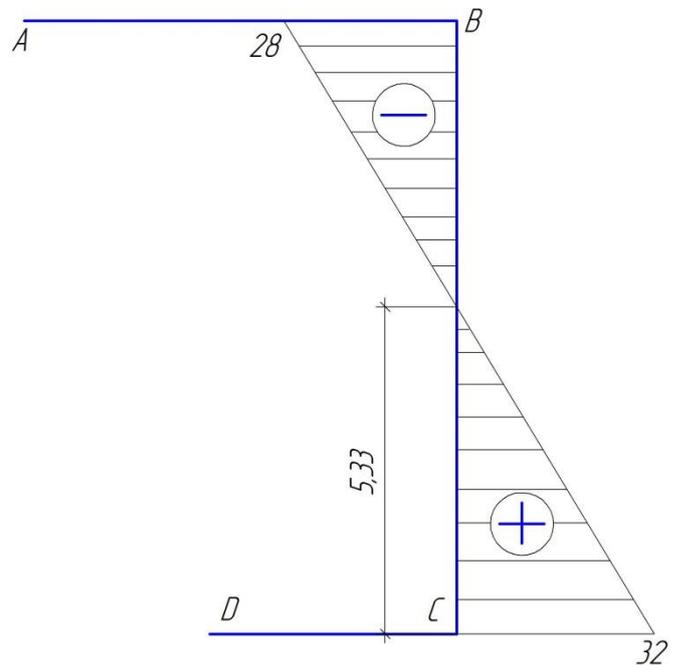


Строим эпюры N_p , Q_p , M_p в раме по полученным данным.

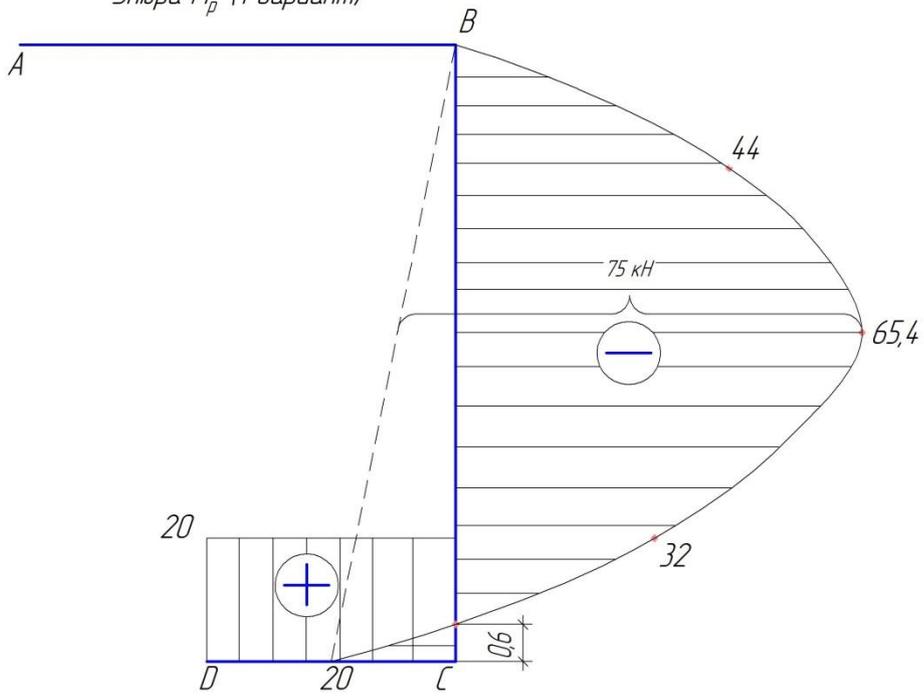
Эпюра N_p (1 вариант)



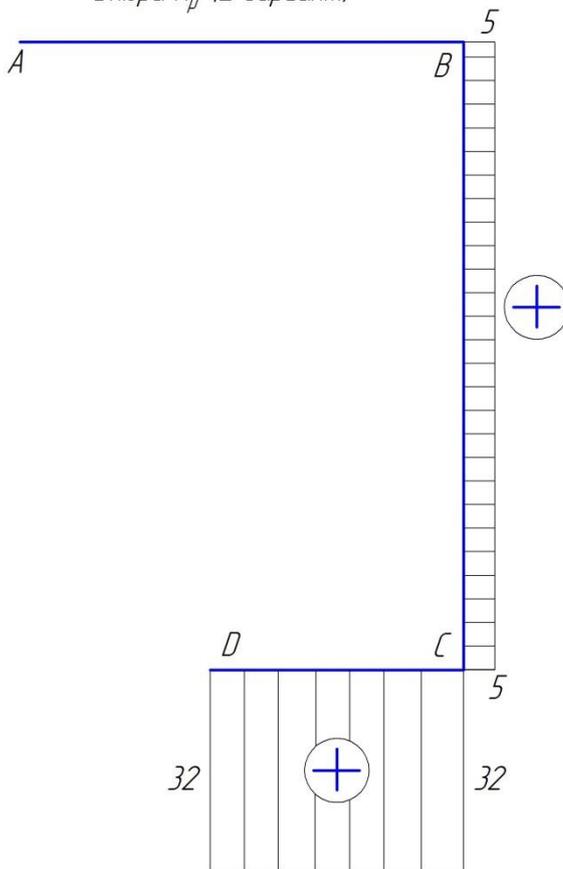
Эпюра Q_p (1 вариант)



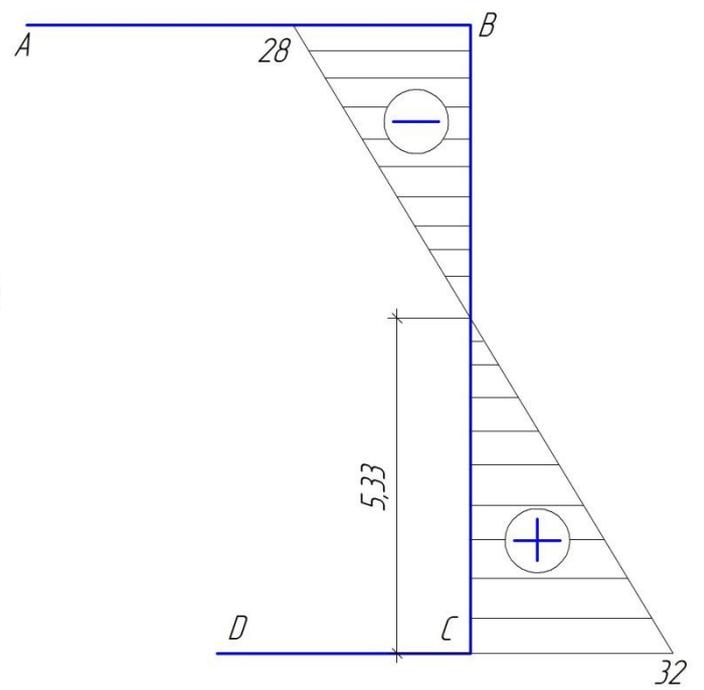
Элюра M_p (1 вариант)



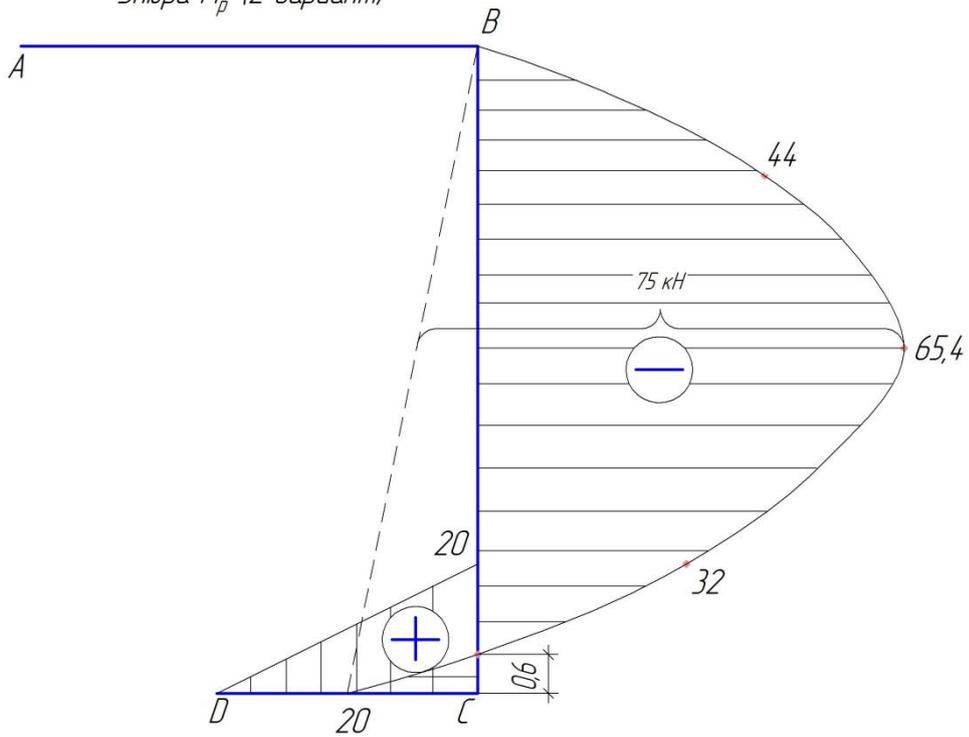
Элюра N_p (2 вариант)



Элюра Q_p (2 вариант)



Эюры M_D (2 вариант)

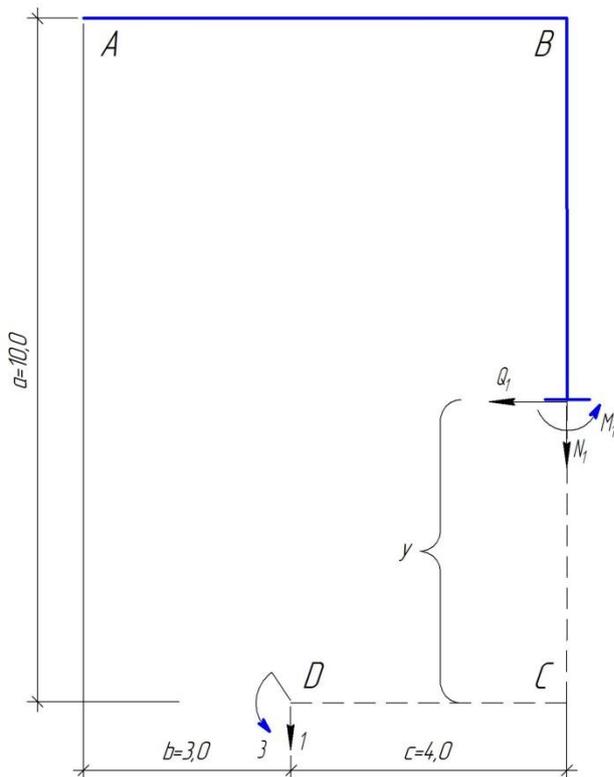


3. Рассмотрим вспомогательные состояния X_1 и X_2 рамы по варианту I и определим составляющие реакций опор в этом состоянии.

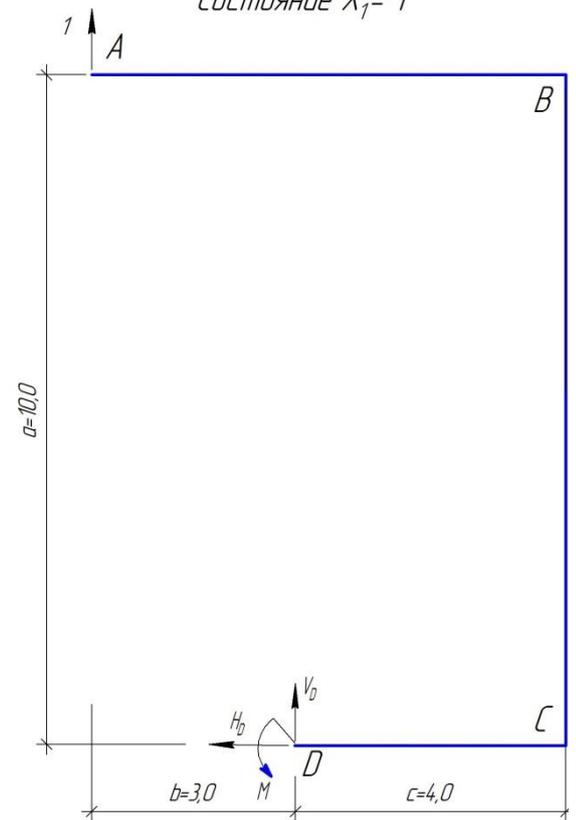
а) состояние X_1 :

определяем составляющие реакции

$$M_1, Q_1, N_1$$



Состояние $X_1 = 1$



опор:

$$\sum X = 0; -H_D = 0 \quad (1)$$

$$\sum Y = 1; 1 + V_D = 0 \Rightarrow V_D = -1 \quad (2)$$

$$\sum M_D = 0; 1 \cdot 3 - M = 0 \Rightarrow M = 3 \quad (3)$$

Определяем внутренние усилия в раме от единичной нагрузки и строим эпюры:

участок В-С:

$N_I=1$ – на всем протяжении участка.

$Q_I=0$ – на всем протяжении участка

$M_I= 4+3=7\text{м}$ – на всем протяжении участка.

участок С-D:

$N_I=0$ – на всем протяжении участка.

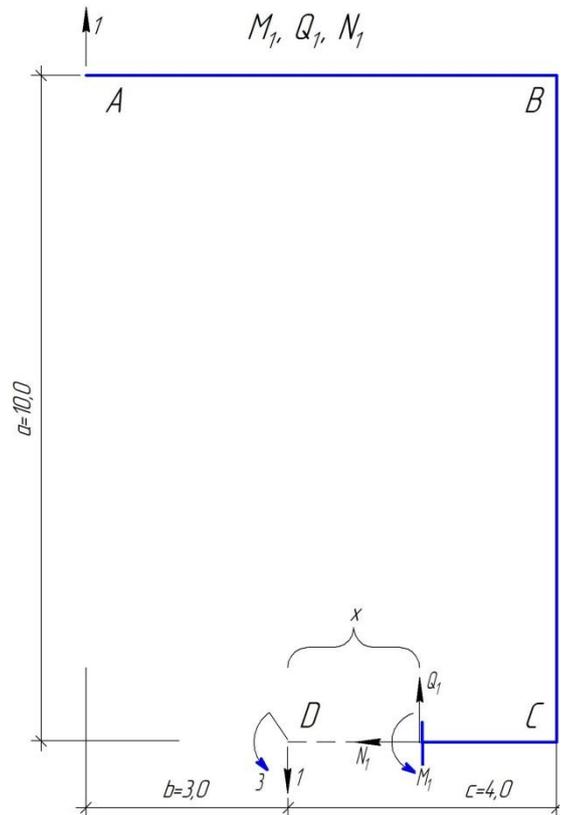
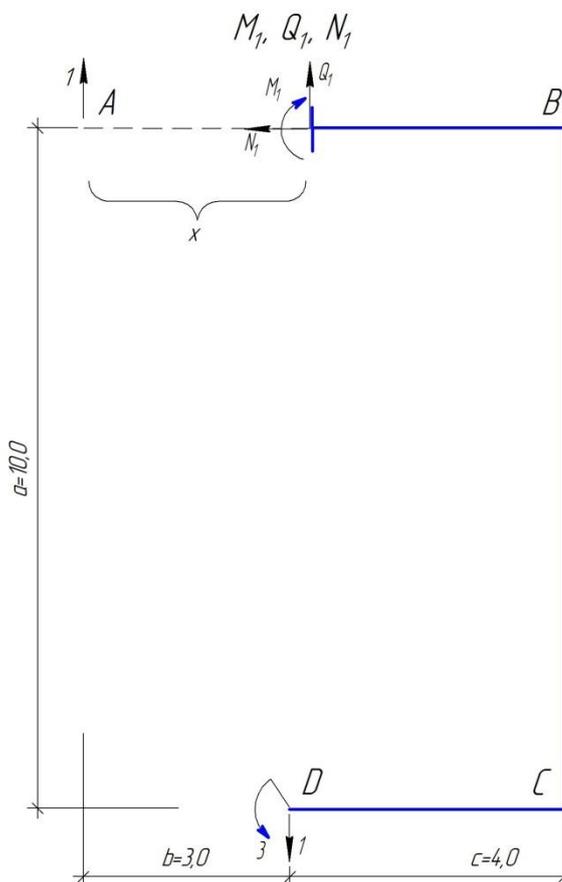
$Q_I=-1$ – на всем протяжении участка

$M_I= 3+1 \cdot x$

Отсюда:

$M_I(0)=3\text{м}$

$M_I(4)=7\text{м}$



участок А-В:

$N_I=0$ – на всем протяжении участка.

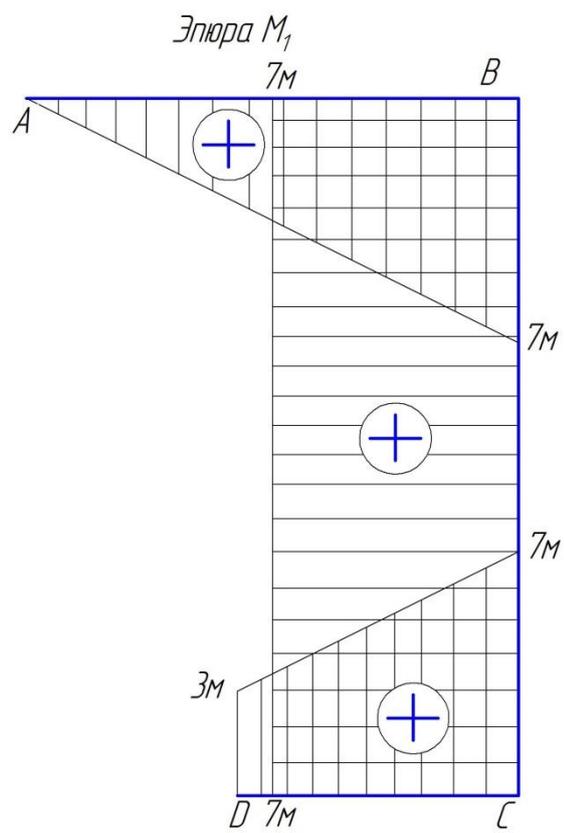
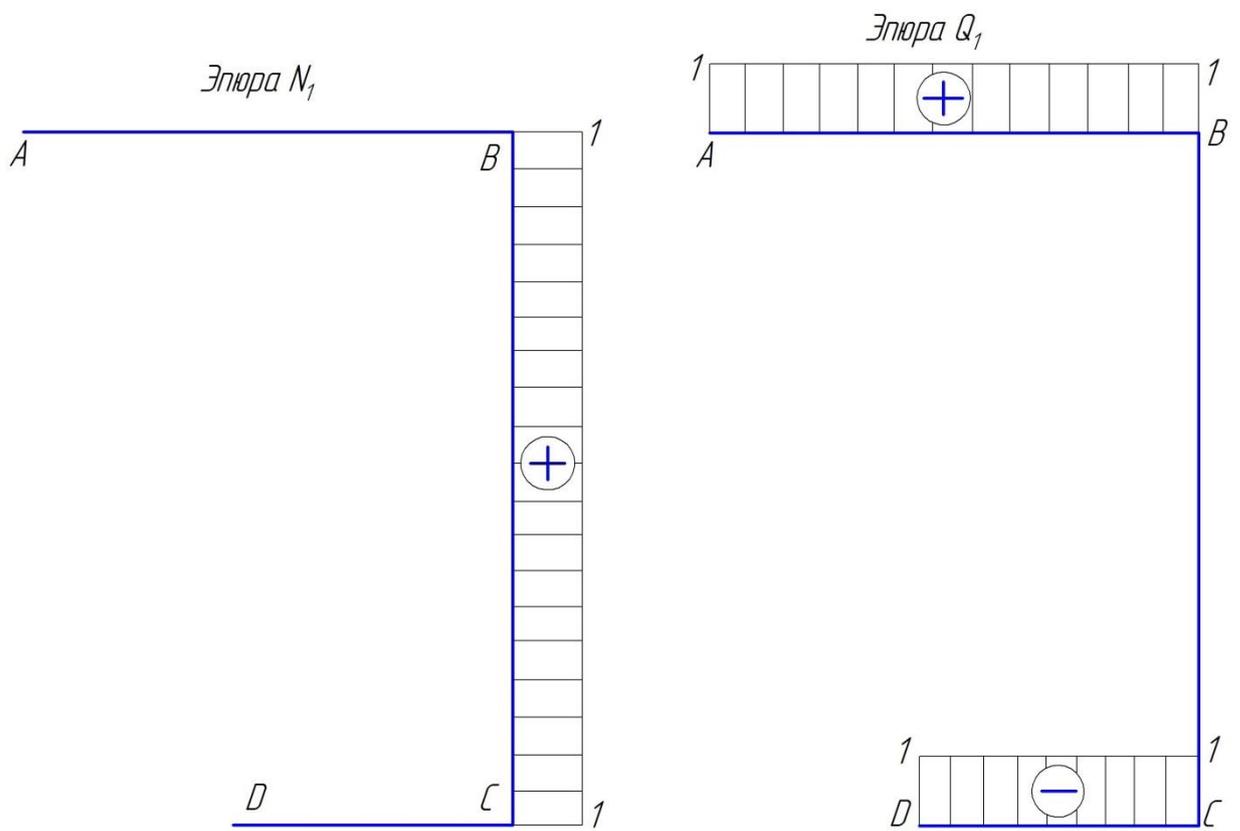
$Q_I=1$ – на всем протяжении участка

$M_I= 1 \cdot x$

Отсюда:

$M_I(0)=0$

$M_I(7)=7\text{м}$



Состояние $X_2 = 1$

б) состояние X_2 :

определяем составляющие реакции

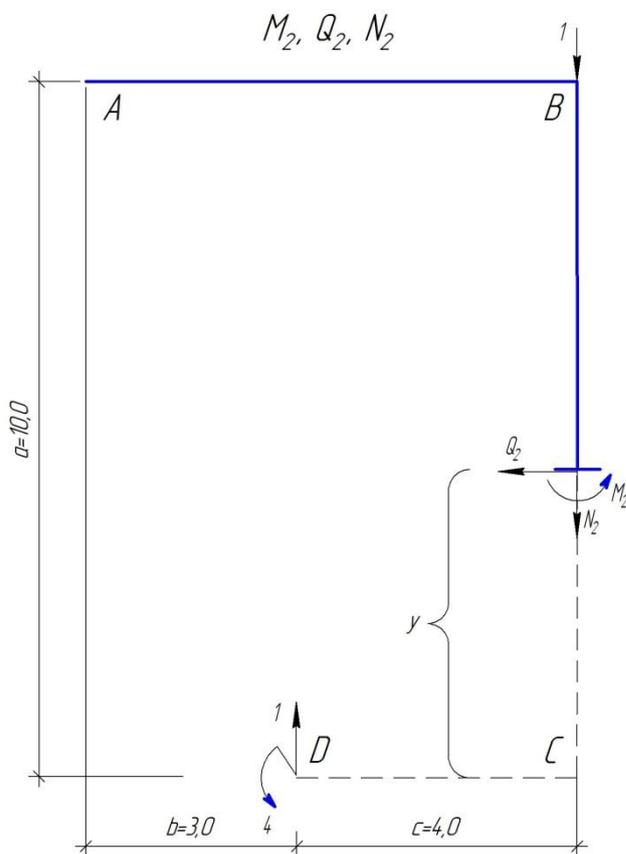
опор:

$$\sum X = 0; -H_D = 0 \quad (1)$$

$$\sum Y = 0; -1 + V_D = 0 \Rightarrow V_D = 1 \quad (2)$$

$$\sum M_D = 0; 1 \cdot 4 - M = 0 \Rightarrow M = 4 \quad (3)$$

Определяем внутренние усилия в раме от единичной нагрузки и строим эпюры:



протяжении участка.

участок C-D:

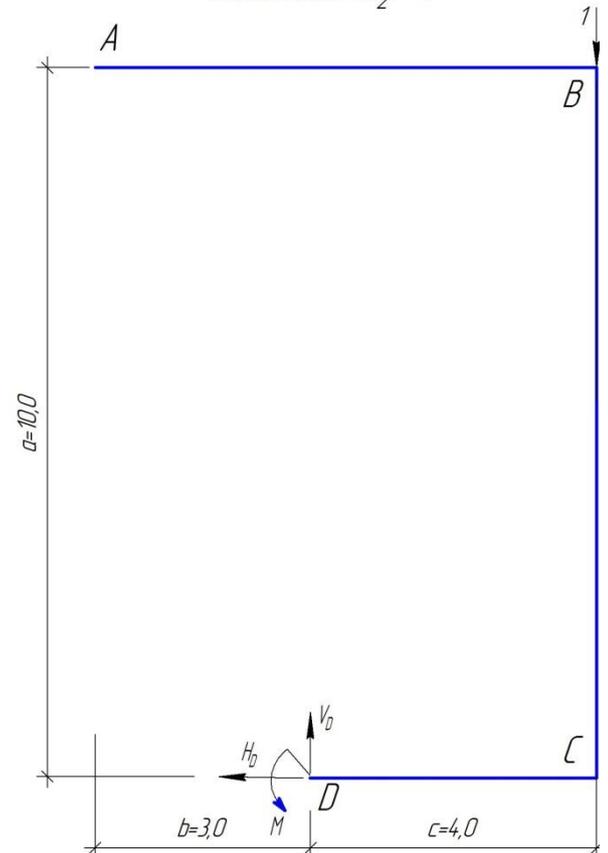
$N_2 = 0$ – на всем протяжении участка.

$Q_2 = 1$ – на всем протяжении участка.

$M_2 = 4 - 1 \cdot x$

Отсюда:

$M_2(0) = 4$; $M_2(4) = 0$



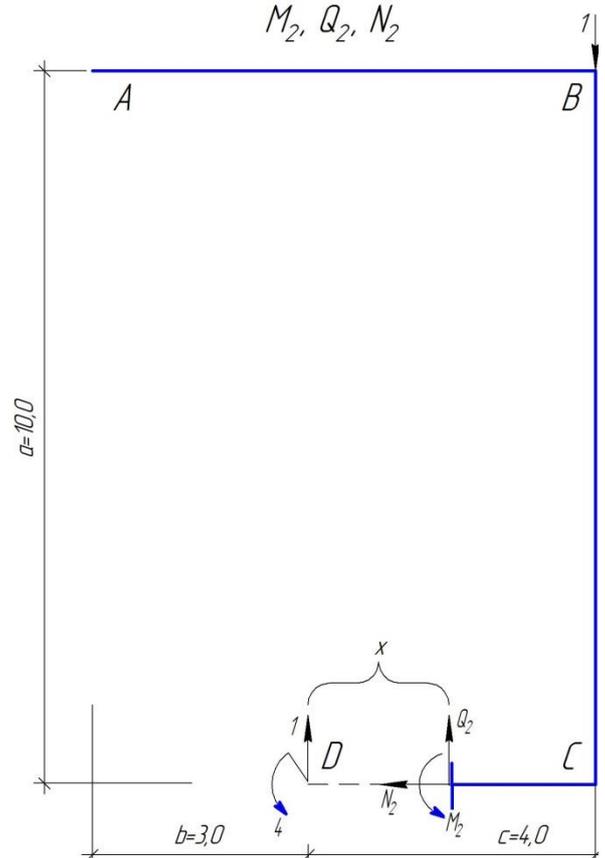
участок B-C:

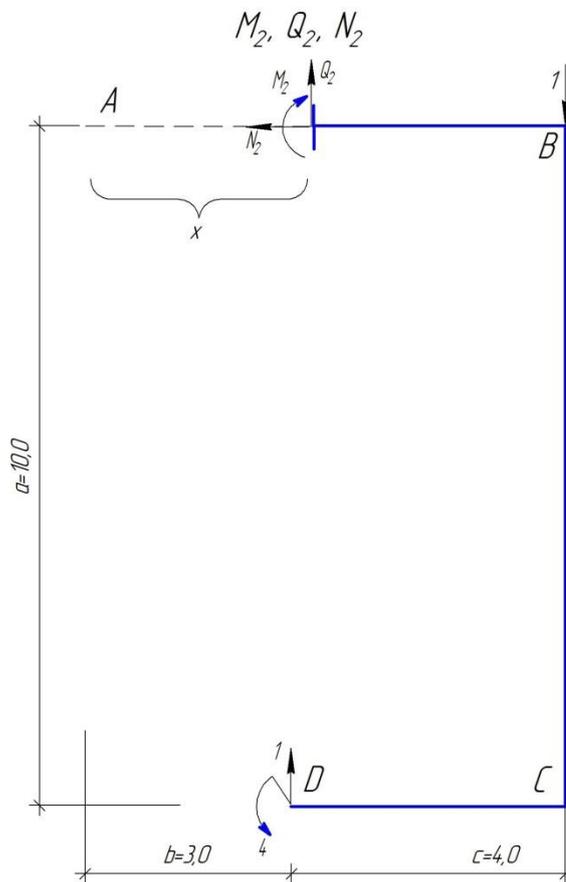
$N_2 = -1$ – на всем протяжении участка.

$Q_2 = 0$ – на всем протяжении участка

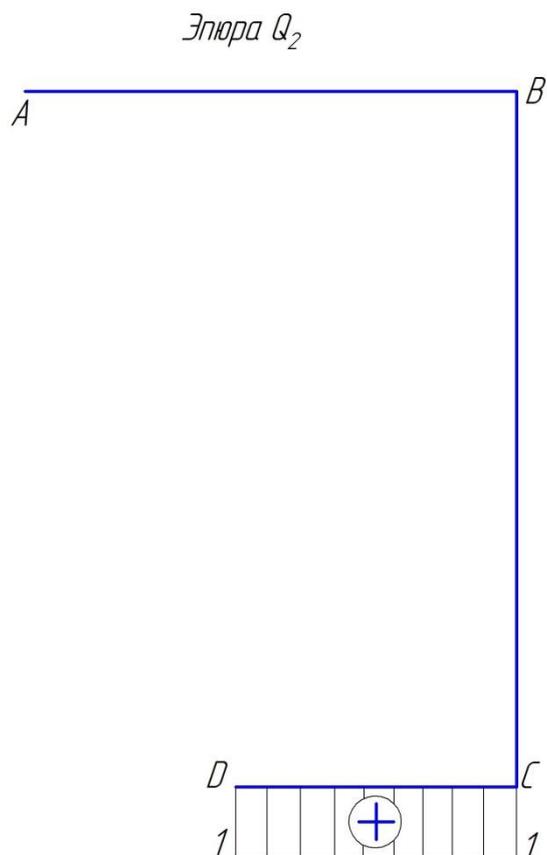
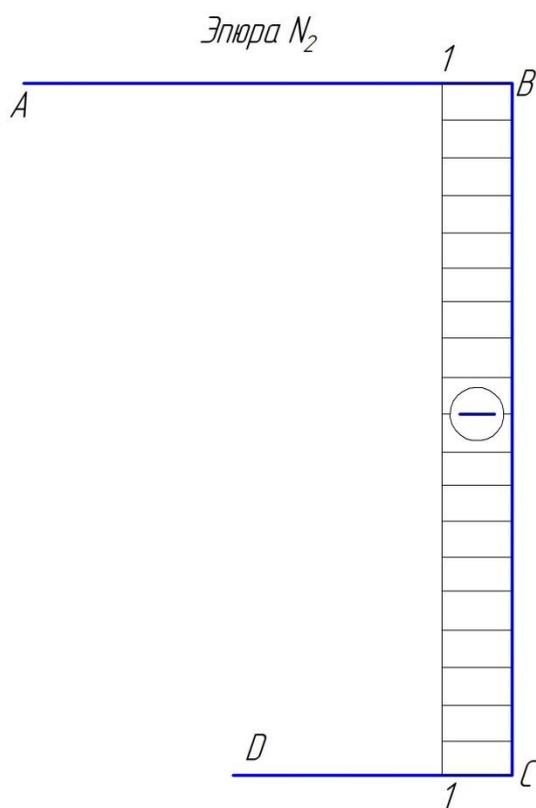
$M_2 = 4 - 1 \cdot 4 = 0$ – на всем

M_2, Q_2, N_2

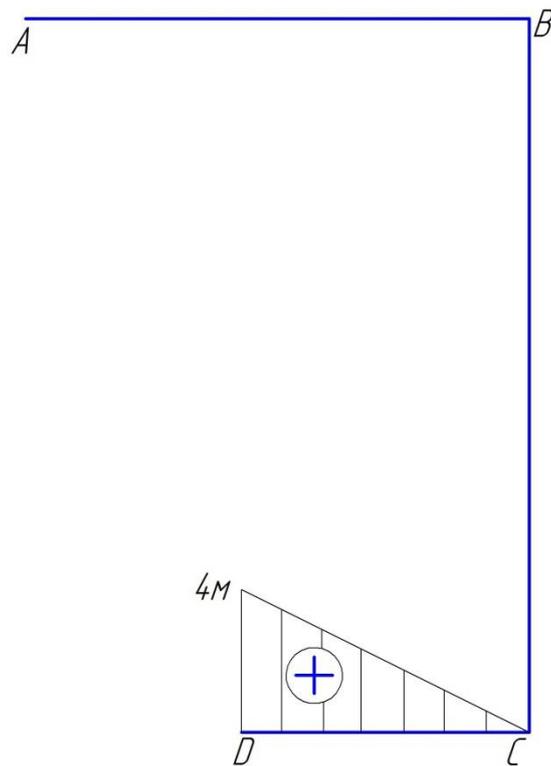




участок А-В:
 $N_2=0$ – на всем протяжении участка.
 $Q_2=0$ – на всем протяжении участка.
 $M_2=0$ – на всем протяжении участка.



Эпюра M_2



4. Определим коэффициенты и свободные члены канонических уравнений:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1P} = 0 \quad (4.1)$$

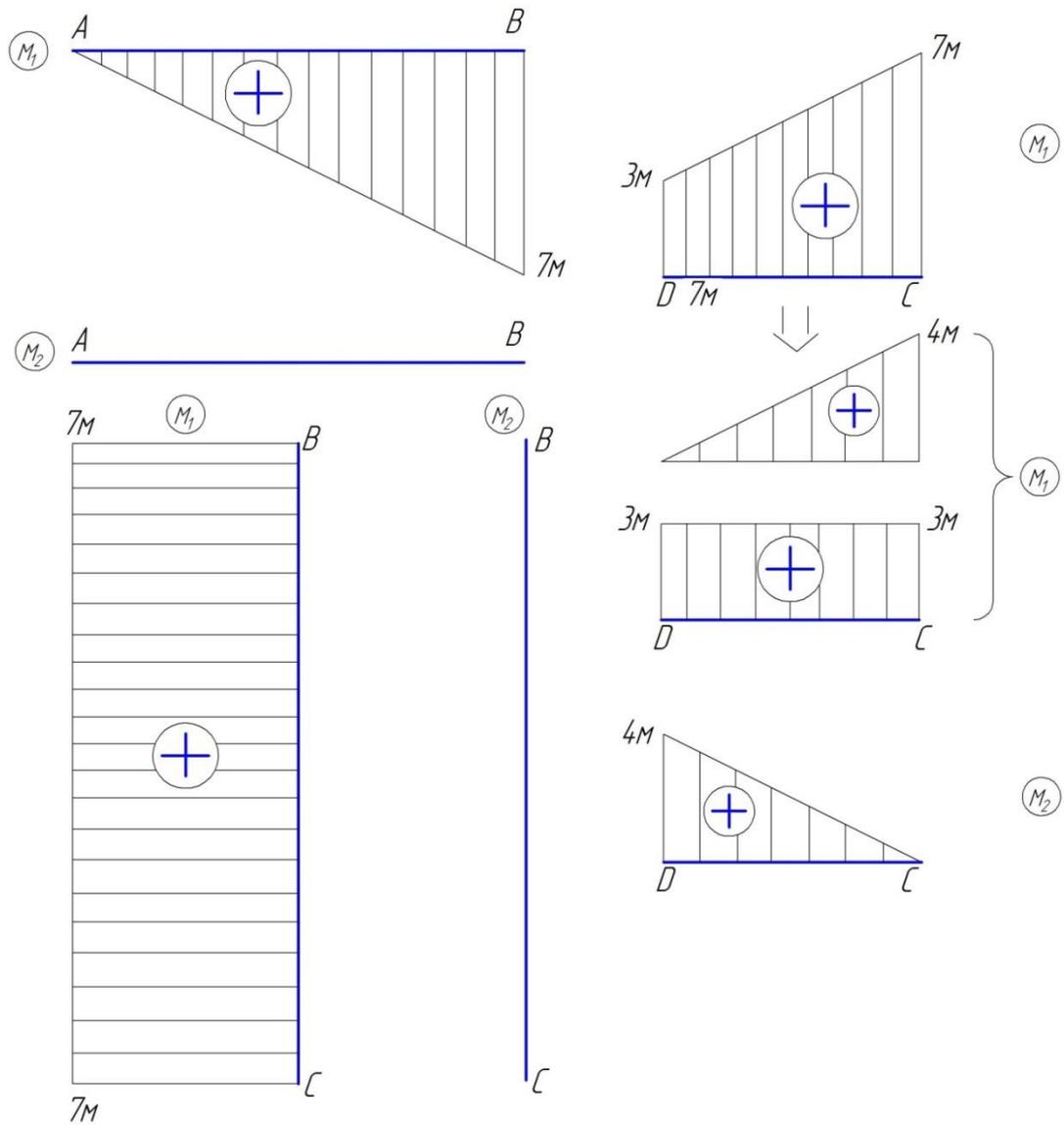
$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2P} = 0 \quad (4.2)$$

где, коэффициенты $\delta_{11}, \delta_{12} = \delta_{21}, \delta_{22}$ и Δ_{iP} определяются по формуле Мора:

$$\delta_{ij} = \sum_{j=1}^m \int_l \frac{\bar{M}_i \bar{M}_j}{EJ} ds \quad (4.3)$$

$$\Delta_{iP} = \sum_{j=1}^m \int_l \frac{\bar{M}_i M_P}{EJ} ds \quad (4.4)$$

Наименование стержней	Участки эпюр		Произведение, (м ³)
	Площади участков эпюры $M_1, (м^2)$	Ординаты эпюры $M_2, (м)$	
А-В	$\frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 7 = 24,5$	0	0
В-С	$10 \cdot 7 = 70$	0	0
С-Д	$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$	$\frac{1}{3} \cdot 4 = 1,33$	10,64
	$3 \cdot 4 = 12$	$\frac{1}{2} \cdot 4 = 2$	24
		$\Sigma M_1 M_2 ds =$	34,64



Отсюда: $\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{34,64}{EJ} \left(\frac{M^3}{\kappa H M^2} \right)$

Из формулы (4.3):

$$\delta_{11} = \sum \frac{M_1^2}{EJ} ; \delta_{22} = \sum \frac{M_2^2}{EJ}$$

Отсюда:

Наименование стержней	Участки эпюр		Произведение, (м ³)
	Площади участков эпюры M_1 , (м ²)	Ординаты эпюры M_1 , (м)	
А-В	$\frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 7 = 24,5$	$\frac{2}{3} \cdot 7 = 4,67$	114,42
В-С	$10 \cdot 7 = 70$	7	490
С-Д	$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$	$\frac{2}{3} \cdot 4 = 2,67$	21,36
	$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$	3	24

	3·4=12	$\frac{1}{2} \cdot 4 = 2$	24
	3·4=12	3	36
		$\sum M_1^2 ds =$	709,78

Отсюда: $\delta_{11} = \frac{709,78}{EJ} \left(\frac{м^3}{кНм^2} \right)$

Наименование стержней	Участки эпюр		Произведение, (м ³)
	Площади участков эпюры M ₂ , (м ²)	Ординаты эпюры M ₂ , (м)	
А-В	0	0	0
В-С	0	0	0
С-Д	$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8$	$\frac{2}{3} \cdot 4 = 2,67$	21,36
		$\sum M_2^2 ds =$	21,36

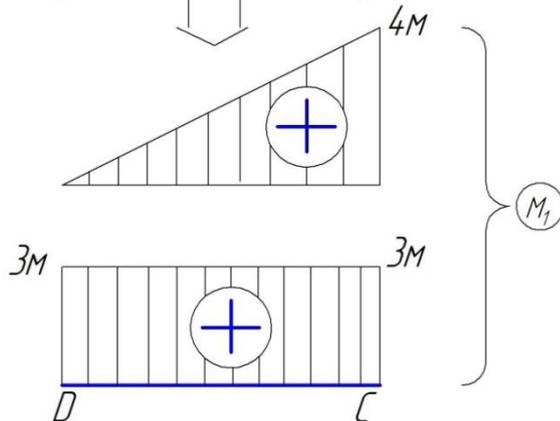
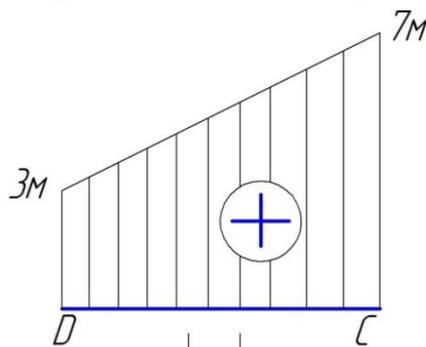
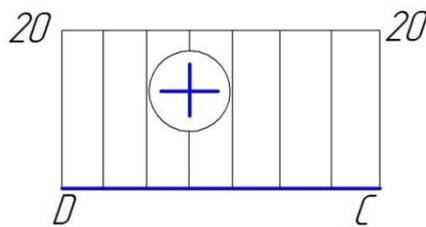
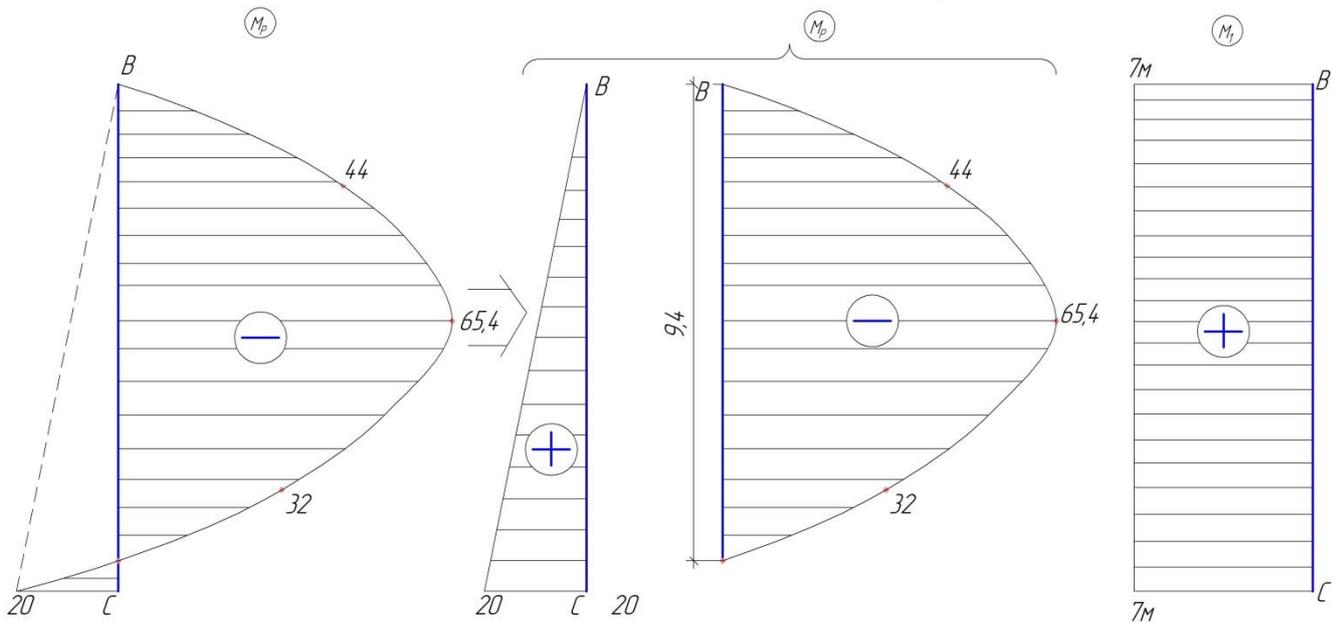
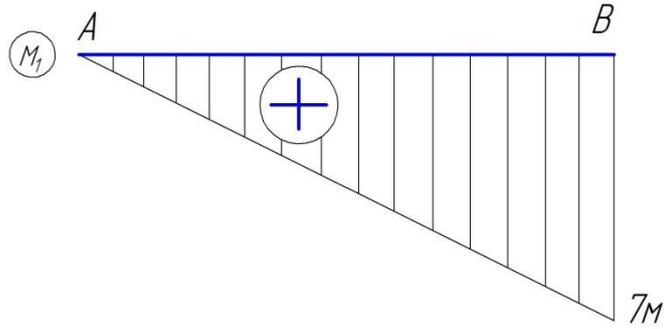
Отсюда: $\delta_{22} = \frac{21,36}{EJ} \left(\frac{м^3}{кНм^2} \right)$

Определяем свободные члены канонических уравнений по (4.4):

$$\Delta_{1P} = \sum \frac{M_1 M_P}{EJ} ds; \quad \Delta_{2P} = \sum \frac{M_2 M_P}{EJ} ds$$

Определение Δ_{1P}

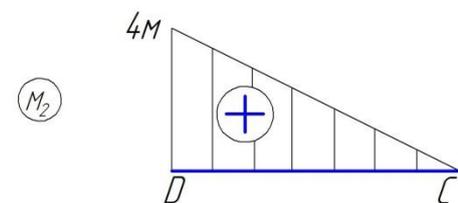
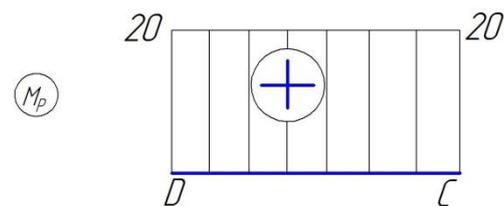
Наименование стержней	Участки эпюр		Произведение, (кН·м ³)
	Площади участков эпюры M _P , (кН·м ²)	Ординаты эпюры M ₁ , (м)	
А-В	0	0	0
В-С	$\frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 10 = 100$	7	700
	$\frac{6 \cdot 9,4^3}{12} = 415,3$	-7	-2907,1
С-Д	20·4=80	$\frac{1}{2} \cdot 4 = 2$	160
	20·4=80	3	240
		$\sum M_1 M_P ds =$	-1807,1

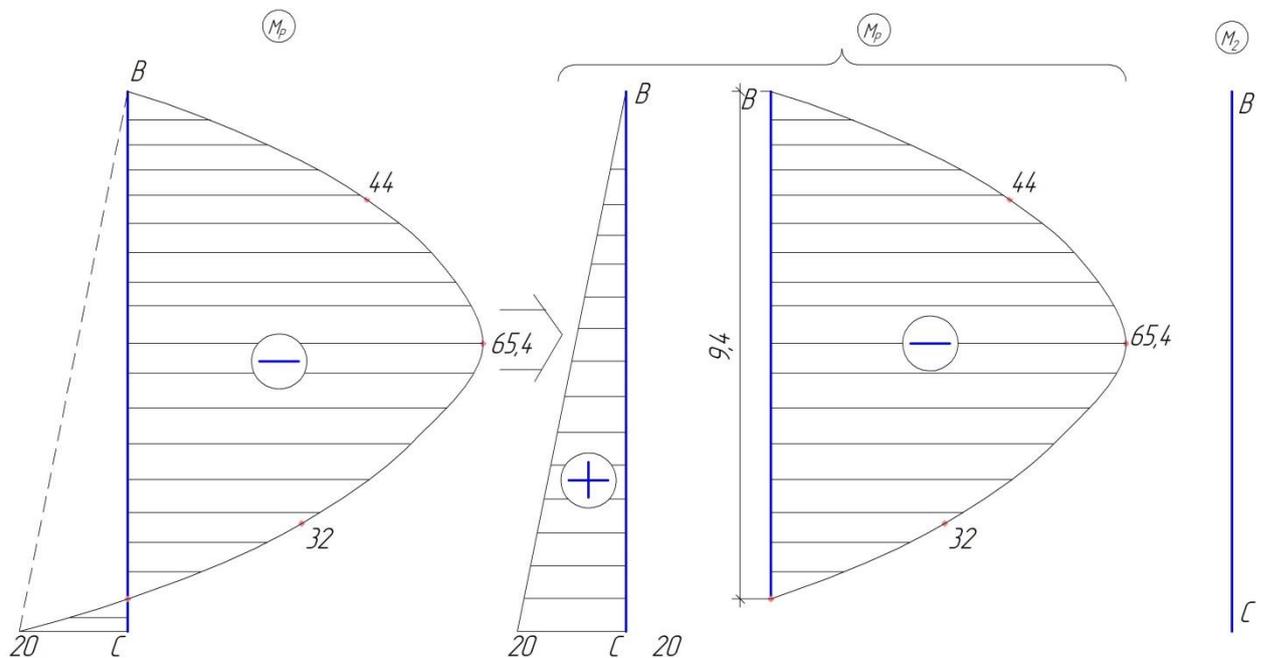


Отсюда: $\Delta_{1P} = -\frac{1807,1}{EJ} \left(\frac{\text{кНм}^3}{\text{кНм}^2} \right)$

Определение Δ_{2P}

Наименование стержней	Участки эпюр		Произведение, (кН·м ³)
	Площади участков эпюры M_p , (кН·м ²)	Ординаты эпюры M_2 , (м)	
А-В	0	0	0
В-С	$\frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 10 = 100$	0	0
	$\frac{6 \cdot 9,4^3}{12} = 415,3$	0	0
С-Д	$20 \cdot 4 = 80$	$\frac{1}{2} \cdot 4 = 2$	160
		$\sum M_1 M_p ds =$	160





Отсюда: $\Delta_{2P} = \frac{160}{EJ} \left(\frac{\kappa H m^3}{\kappa H m^2} \right)$

Исходя из полученных данных, получаем систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{661,78}{EJ} X_1 + \frac{34,64}{EJ} X_2 - \frac{1807,1}{EJ} &= 0 \\ \frac{34,64}{EJ} X_1 + \frac{21,36}{EJ} X_2 + \frac{160}{EJ} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Далее:

$$\left. \begin{aligned} 661,78 \cdot X_1 + 34,64 \cdot X_2 - 1807,1 &= 0 \\ 34,64 \cdot X_1 + 21,36 \cdot X_2 + 160 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Откуда получаем: $X_1 = 3,4$ (кН) и $X_2 = -13$ (кН).

Погрешность вычисления X_1 и X_2 составляет $\pm 0,05$ (кН).

Допустимая неувязка при проверке решения:

для 1-го уравнения: $\varepsilon_1 = (661,78 + 34,64) \cdot 0,05 = 34,82$

для 2-го уравнения: $\varepsilon_2 = (34,64 + 21,36) \cdot 0,05 = 2,8$

определяем неувязку:

1) $661,78 \cdot 3,4 + 34,64 \cdot (-13) - 1807,1 = -7,37 < 2 \cdot \varepsilon_1 = 69,64$

2) $34,64 \cdot 3,4 + 21,36 \cdot (-13) + 160 = 0,1 < 2 \cdot \varepsilon_2 = 5,6$

5. Определяем окончательные эпюры M , Q , N суммированием:

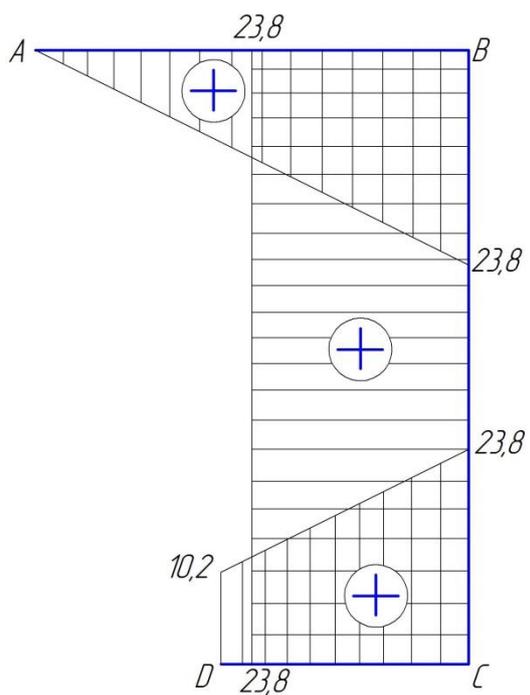
$$M = M_1 X_1 + M_2 X_2 + M_P$$

$$Q = Q_1 X_1 + Q_2 X_2 + Q_P$$

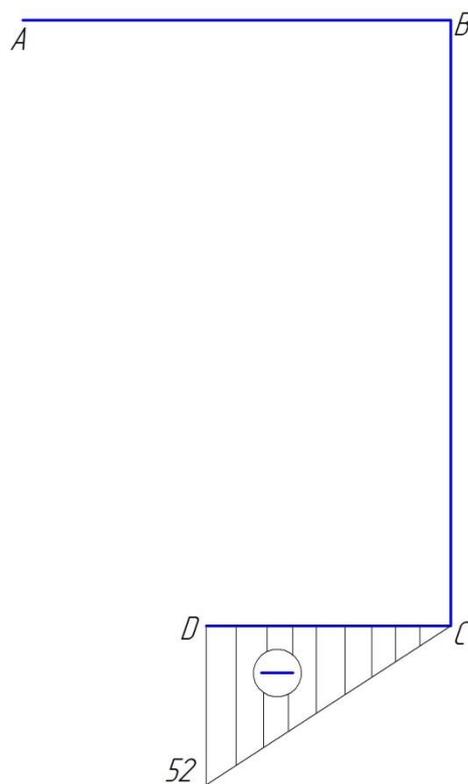
$$N = N_1 X_1 + N_2 X_2 + N_P$$

Строим по полученным данным эпюры.

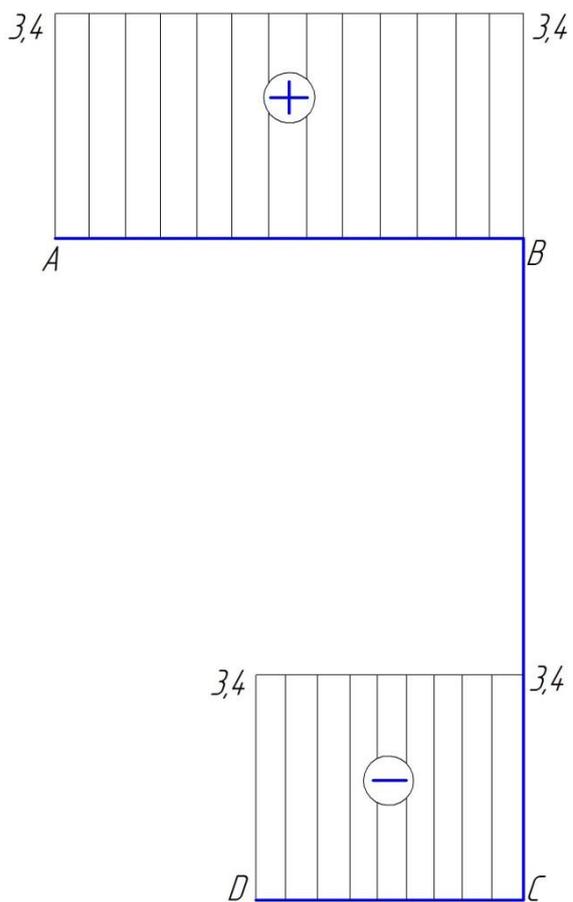
Эпюра $M_1 X_1$



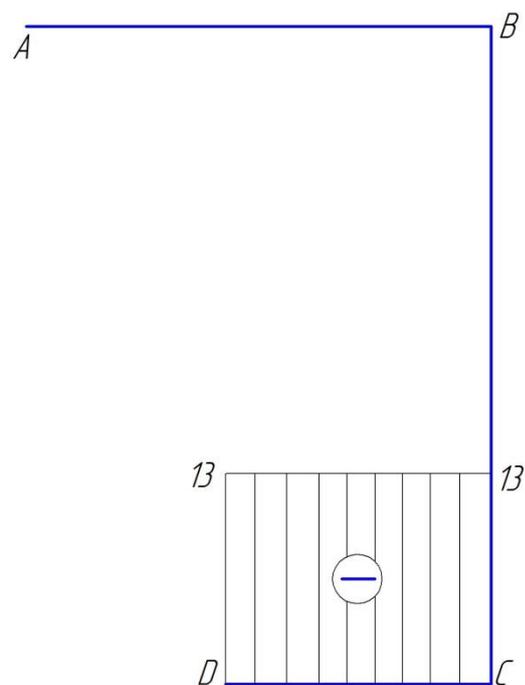
Эпюра $M_2 X_2$



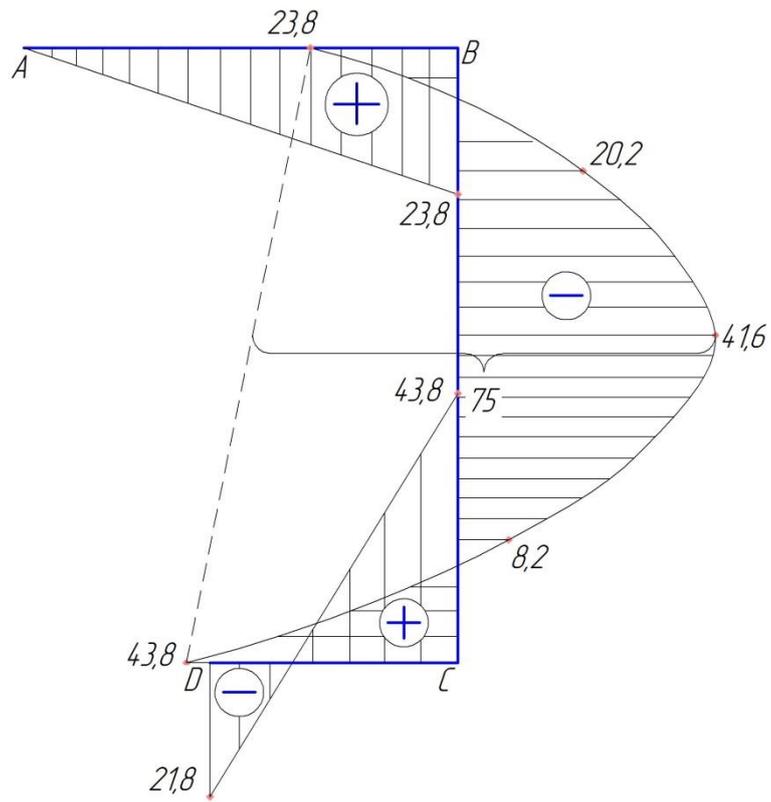
Эпюра $Q_1 X_1$



Эпюра $Q_2 X_2$



Эюпа М



Эюпа Q

